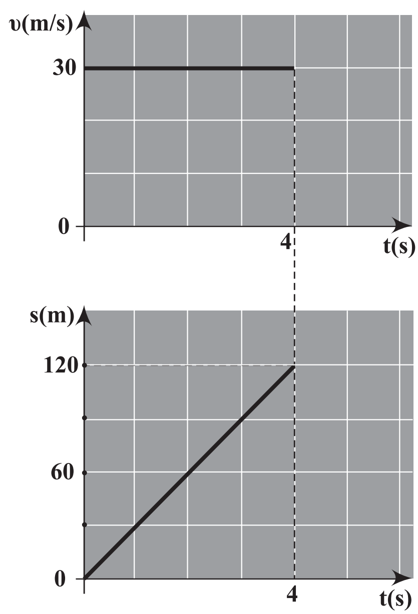
Παράρτημα
Λύσεις ασκήσεων και προβλημάτων

Κεφάλαιο 1.1

1. Επειδή η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή, ισχύει:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{120}{4} m/s \text{ ή } \upsilon = 30 m/s.$$

Για τα αντίστοιχα διαγράμματα έχουμε:



2. Το τρένο βρίσκεται πάνω στη γέφυρα για χρόνο t, ο οποίος είναι:

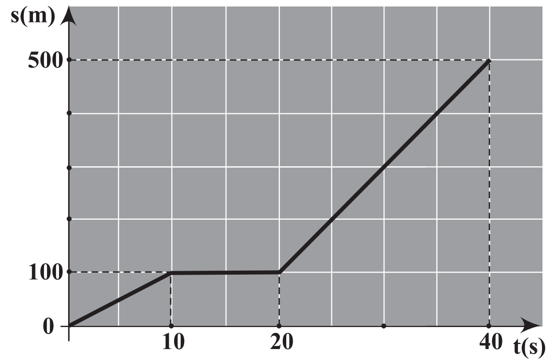
$$\upsilon = \frac{s+\ell}{t} \text{ ή } t = \frac{s+\ell}{\upsilon} \text{ ή } t = \frac{1.980+20}{10} s \text{ ή } t = 200s$$

3. Α. Το ζητούμενο διάστημα υπολογίζεται από το άθροισμα των αντίστοιχων εμβαδών:

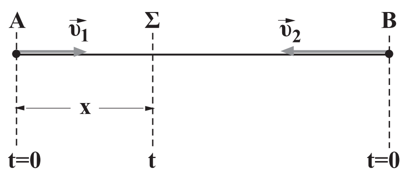
$S = E_1 + E_2$ ή $S = 10 \cdot 10m + 20 \cdot 20m$ ή $S = 500m$.

Β. $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}$ ή $\bar{\upsilon} = \frac{50}{4}$ ή $\bar{\upsilon} = 12{,}5m$

Γ.



4. Α.



Αυτοκίνητο (Α): $\upsilon_1 = \dfrac{x}{t}$ ή $x = \upsilon_1 t$ (1)

Αυτοκίνητο (Β): $\upsilon_2 = \dfrac{s - x}{t}$ ή $s - x = \upsilon_2 t$ (2)

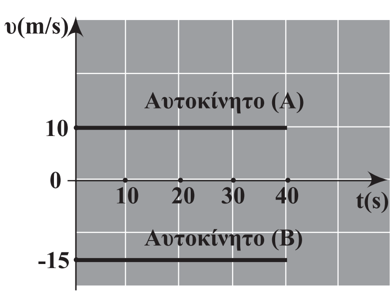
Προσθέτω κατά μέλη τις (1) και (2) και βρίσκω:

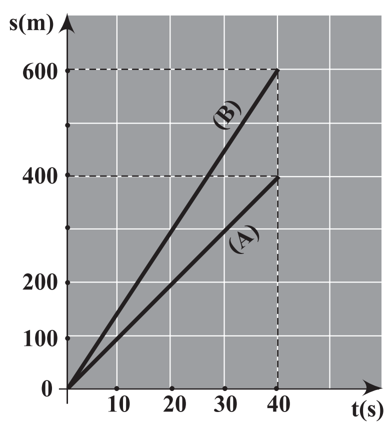
$$\cancel{x} + s - \cancel{x} = \upsilon_1 t + \upsilon_2 t \text{ ή } s = (\upsilon_1 + \upsilon_2)t \text{ ή } t = \frac{s}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{1.000}{10 + 15}\,s \text{ ή } t = 40s$$

Η συνάντηση των δύο αυτοκινήτων γίνεται στο σημείο Σ_1 που απέχει από το Α απόσταση x για την οποία ισχύει:

$x = \upsilon_1 t$ ή $x = 10 \cdot 40m$ ή $x = 400m$.

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:



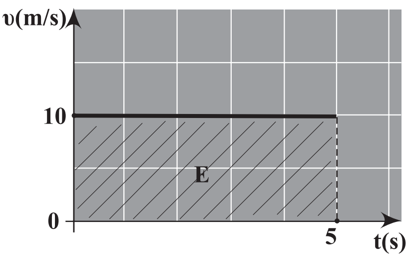


5. Α. Αν ο ζητούμενος χρόνος είναι t, ο μοτοσυκλετιστής και το περιπολικό διανύουν μέχρι την συνάντησή τους διάστημα:
$S_\pi = \upsilon_\pi t$ και $S_\mu = \upsilon_\mu t$ αντίστοιχα.
Με την αφαίρεση των σχέσεων αυτών κατά μέλη έχω:
$S\pi - S\mu = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$ ή $d = (\upsilon\pi - \upsilon\mu)t$

$$ή\ t = \frac{d}{\upsilon_\pi - \upsilon_\mu} = \frac{500}{30-20}s\ ή\ t = 50s$$

Β. Το ζητούμενο διάστημα είναι: $S_\pi = \upsilon_\pi t = 30\cdot 50m$ ή $S_\pi = 1.500m$.

6. Από τη σύγκριση της σχέσης $x = 10t$ με την εξίσωση της κίνησης $x = \upsilon t$ της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, συμπεραίνουμε ότι ο ποδηλάτης κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $\upsilon = 10m/s$.
Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με: $s = \upsilon t = 10\cdot 5m$ ή $s = 50m$, δηλαδή ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν Ε.

7. Α. Η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0 = 0$ και έτσι ισχύει:
$\upsilon = \alpha t$ ή $\upsilon = 2\cdot 15m/s$ ή $\upsilon = 30m/s$.
Β. Η απόσταση που διανύει ο μοτοσυκλετιστής είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 15^2 m\ ή\ s = 225m.$$

8. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το αντίστοιχο εμβαδό.

$$Δηλαδή:\ s = E = \frac{1}{2}10\cdot 20m\ ή\ s = 100m.$$

Β. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20}{10}m/s^2\ ή\ \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι το ζητούμενο διάστημα s, είναι:

$$s = s_2 - s_1 = \frac{1}{2}\alpha t_2^{\ 2} - \frac{1}{2}\alpha t_1^{\ 2} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2^2 m - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1^2 m \ \text{ ή } \ s = 3m.$$

9. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν του τραπεζίου. Δηλαδή: $s = \dfrac{30+10}{2}\cdot 20m$ ή $s = 400m$.

Β. Η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ είναι: $\bar{\upsilon} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{400}{30} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = \dfrac{40}{3} m/s$.

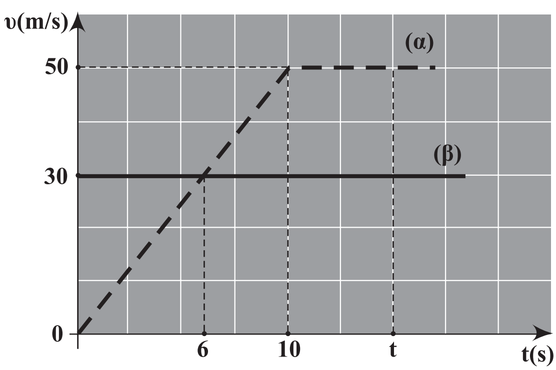
10. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 8 + 2t$ με την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$, συμπεραίνουμε ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 8m/s$ και επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$. Έτσι για το ζητούμενο διάστημα έχουμε:

$$s = s_4 - s_2 = \upsilon_0 t_4 + \frac{1}{2}\alpha t_4^{\ 2} - \upsilon_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^{\ 2}$$

$$\text{ή } \ s = \upsilon_0(t_4 - t_2) + \frac{1}{2}\alpha(t_4^{\ 2} - t_2^{\ 2}) \ \text{ ή } \ s = \left(8(4-2) + \frac{1}{2}\cdot 2(16-4)\right)m$$

$$\text{ή } \ s = 28m$$

11.



Α. Η κοινή ταχύτητα προσδιορίζεται ως το σημείο τομής των δύο γραφικών παραστάσεων $\upsilon = \upsilon(t)$ για τα δύο κινητά. Έτσι βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 6s$ η κοινή ταχύτητα των δύο κινητών είναι $\upsilon = 30m/s$.

Β. Το διάστημα που διένυσε το κινητό (α) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου.

Δηλαδή: $s_1 = \dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot 50m$ ή $s_1 = 250m$.

Αντίστοιχα το διάστημα που διένυσε το κινητό (β) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλόγραμμου.
Δηλαδή: $s_2 = 10 \cdot 30m$ ή $s_2 = 300m$.
Άρα το κινητό (β) προηγείται του κινητού (α) τη χρονική στιγμή $t = 10s$ κατά $s = 300m - 250m$ ή $s = 50m$.

Γ. Έστω t η χρονική στιγμή κατά την οποία συναντώνται τα δύο κινητά. Προφανώς τότε θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα, δηλαδή θα γίνει: $\frac{t + (t - 10)}{2} 50 = 30t$ ή $10t - 50 = 6t$ ή $t = 12{,}5s.$

12. Η κίνηση του αυτοκινήτου από το Α έως το Β είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_A.
Έτσι θα ισχύει:

$\upsilon_B = \upsilon_A + \alpha t$ ή $30 = \upsilon_A + 10\alpha$ (α) και

$AB = \upsilon_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $200 = \upsilon_A \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 100$ (β)

Οι εξισώσεις (α) και (β) αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων από την επίλυση του οποίου βρίσκονται η επιτάχυνση α και η ταχύτητα υ_A.
Η (α) μπορεί να γραφεί: $\upsilon_A = 30 - 10\alpha$ (γ)
και με αντικατάσταση στη (β) έχουμε:

$200 = (30 - 10\alpha)\, 10 + 50\alpha$ ή $\alpha = 2m/s^2$.

Αντικαθιστώντας την επιτάχυνση α στη σχέση (γ) βρίσκουμε:

$\upsilon_A = (30 - 10 \cdot 2)m/s$ ή $\upsilon_A = 10m/s$.

13. Το κινητό θα κινηθεί επί 0,7s με την ταχύτητα υ_0 που εκινείτο στην αρχή, διανύοντας διάστημα $s_1 = \upsilon_0 t_1 = 20.0{,}7m$ ή $s_1 = 14m$.
Έτσι μέχρι το εμπόδιο υπάρχει διάστημα $s = (50 - 14)m$ ή $s = 36m$.
Το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του μπορεί να είναι:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} m \text{ ή } s_{max} = 20m.$$

Επειδή $s_{max} < s$ θα αποφευχθεί η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο.

14. Για να περάσει ολόκληρο το τρένο πάνω από τη γέφυρα πρέπει να κινηθεί κατά $(\ell + s)m$. Το διάστημα αυτό το τρένο θα το διανύσει επιταχυνόμενο με επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$, έχοντας αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20m/s$. Έτσι θα ισχύει: $(\ell + s) = \upsilon_0\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$ ή $70 + 55 = 20t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2$.

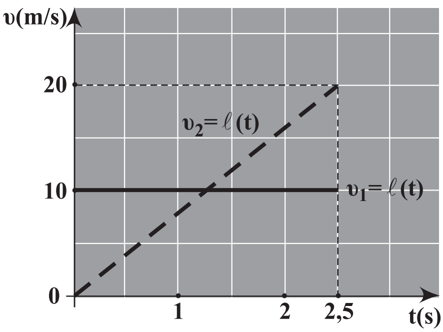
Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης βρίσκουμε $t_1 = -25s$ που απορρίπτεται και $t_2 = 5s$ που είναι η δεκτή λύση.

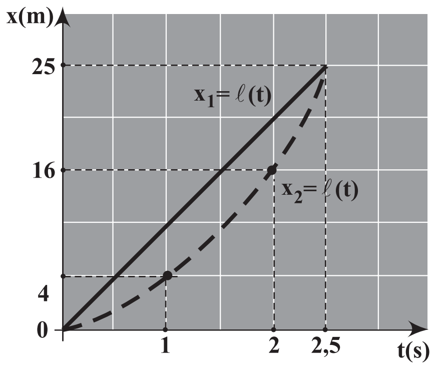
15. Α. Όταν τα κινητά συναντηθούν θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα.

Δηλαδή: $x_1 = x_2$ ή $10t = 4t^2$ ή $4t = 10$ ή $t = 2{,}5s$.

Β. Από τις εξισώσεις κίνησης συμπεραίνουμε ότι το πρώτο όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $υ_1 = 10m/s$, ενώ το δέντρο ομαλά επιταχυνόμενη με $υ_0 = 0$ και $α = 8m/s^2$.

Έτσι τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





16. Α. Στη διάρκεια των 11s ο δρομέας διανύει διάστημα

$$S_{ολ} = \left(\frac{1}{2} 3 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + \frac{9+6}{2} \cdot 3\right) m \text{ ή } S_{ολ} = 81m.$$

Έτσι η μέση ταχύτητα του είναι:

$$\bar{υ} = \frac{S_{ολ}}{t} = \frac{81}{11} m/s \text{ ή } \bar{υ} = 7{,}36 m/s.$$

Β. Για τα πρώτα 3s ο δρομέας επιταχύνεται με επιτάχυνση

$α_1 = \dfrac{Δυ}{Δt} = \dfrac{9-0}{3} m/s^2$ ή $α_1 = 3m/s^2$, ενώ τα τελευταία 3s επιβραδύνεται με επιβράδυνση $α_2 = \dfrac{Δυ}{Δt} = \dfrac{3}{3} m/s^2$ ή $α_2 = 1m/s^2$.

17. Α. Από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης έχουμε:

$$υ = υ_0 - α\,t \text{ ή } \frac{υ_0}{2} = υ_0 - α\,t \text{ ή } 5 = 10 - 2t \text{ ή } t = 2{,}5s$$

$$\text{και } s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } s = \left(10 \cdot 2{,}5 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2{,}5^2\right)\text{m} \text{ ή } s = 18{,}75\text{m}.$$

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ θέτοντας $\upsilon = 0$ βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο: $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $t = \dfrac{\upsilon_0}{\alpha} = \dfrac{10}{2}\text{s}$ ή $t = 5\text{s}.$

Για το ζητούμενο διάστημα (μέγιστο) έχουμε:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha} = \frac{10^2}{2 \cdot 2}\text{m} \text{ ή } s_{max} = 25\text{m}.$$

18. Α. Αν μέχρι τη συνάντηση το αυτοκίνητο κινήθηκε κατά ts, ο μοτοσυκλετιστής χρειάστηκε για να το φτάσει χρόνο (t - 4)s διανύοντας προφανώς το ίδιο διάστημα. Έτσι έχουμε:

$$s_\alpha = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \text{ και } s_\mu = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2.$$

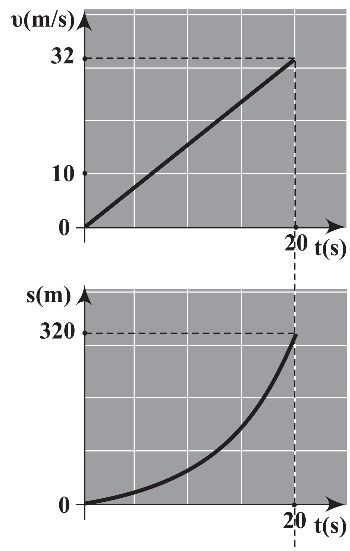
Αλλά $s_\alpha = s_\mu$, δηλαδή:

$\dfrac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \dfrac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2$ ή $1{,}6t^2 = 2{,}5\left(t^2 + 16 - 8t\right)$ από την επίλυση της οποίας βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο $t = 20\text{s}$ και $\dfrac{4}{1{,}8}\text{s}$ που απορρίπτεται ως μικρότερος του 4s. Επίσης

$$s = s_\mu = s_\alpha = \frac{1}{2} 1{,}6 \cdot 20^2 \text{m} \text{ ή } s = 320\text{m}.$$

Β. Για τις ταχύτητες του αυτοκινήτου και του μοτοσυκλετιστή έχουμε:
$\upsilon_\alpha = \alpha_1 t = 1{,}6 \cdot 20\text{m/s}$ ή $\upsilon_\alpha = 32\text{m/s}$ και
$\upsilon_\mu = \alpha_2 (t - 4) = 2{,}5\,(20 - 4)\text{m/s}$ ή
$\upsilon_\mu = 40\text{m/s}$. Για τη ζητούμενη μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ του αυτοκινήτου έχουμε: $\bar{\upsilon} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{320}{20}\text{m/s}$ ή $\bar{\upsilon} = 16\text{m/s}.$

Γ. Τα διαγράμματα $\upsilon = f(t)$ και $s = f(t)$ είναι:



19. Α. Στο χρονικό διάστημα: $0 \le t \le 5s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $5s < t \le 15s$ η κίνηση είναι ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 20m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $15s < t \le 20s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$ μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του.

Κατόπιν το κινητό αλλάζει φορά κίνησης και επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$.

Β. Η επιτάχυνση του κινητού στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 5s$ είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_A}{t_1 - t_A} = \frac{20-10}{5-0} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Γ. Το διάστημα που διανύει το κινητό προσδιορίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων.

$$s = \left(\frac{10+20}{2} \cdot 5 + 10 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20\right) m = (75 + 200 + 50 + 50) m = 375m$$

Η μετακίνηση του κινητού είναι:

$\Delta x = (75 + 200 + 50 - 50)m$ ή $\Delta x = 25m$.

Προσέξτε τη διαφορά μεταξύ του διαστήματος και της μετακίνησης.

Δ. Η μέση ταχύτητα του κινητού είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{375}{25} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 15m/s$.

Κεφάλαιο 1.2

1. Στην πρώτη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση και έτσι η συνισταμένη τους είναι:

$F = F_1 + F_2 = (80 + 60)N$ ή $F = 140N$ ίδιας κατεύθυνσης.

Στη δεύτερη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση και έτσι η συνισταμέμη τους έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης και τιμή: $F = F_1 - F_2 = (80 - 60)N$ ή $F = 20N$.

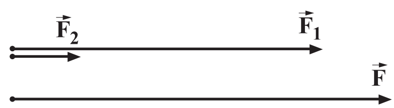
2. Και στις τρεις περιπτώσεις η συνισταμένη F έχει φορά προς τα δεξιά και η τιμή της είναι:

$F = (20 + 10)N - 5N$ ή $F = 25N$

$F = 20N - (10+5)N$ ή $F = 5N$

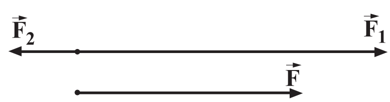
$F = (20+10+5)N$ ή $F = 35N$

3. Α. Για τις συγγραμμικές και ομόρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τις συνιστώσες και έχει τιμή που δίνεται από τη σχέση $F = F_1 + F_2$.
Έτσι $F = 4F_2 + F_2$ ή $F_2 = 2N$ και $F_1 = 4F_2$ ή $F_1 = 8N$.
Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα α.



Εικόνα α

Β. Για τις συγγραμμικές και αντίρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τη συνιστώσα δύναμη μεγαλύτερης τιμής και δίνεται από τη σχέση $F = F_1 - F_2$.
Έτσι $F = 3F_2 - F_2$ ή $F_2 = 5N$ και $F_1 = 3F_2$ ή $F_1 = 15N$
Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα β.



Εικόνα β

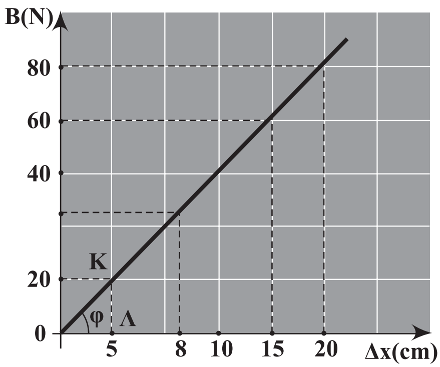
4. Α. Από το νόμο του Hooke έχουμε: $F = K\Delta x$. Αντικαθιστώντας το γνωστό ζευγάρι τιμών $\Delta x = 20cm$ και $F = 80N$ έχουμε:

$$80N = K \cdot 20cm \text{ ή } K = \frac{80}{20}\frac{N}{cm} \text{ ή } K = 4\frac{N}{cm}.$$

Άρα, αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $B = K\Delta x$ ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

Επιμήκυνση (cm)	5	8	10	15	20
Βάρος (N)	20	32	40	60	80

Β. Από τον πίνακα κατασκεύαζουμε το διάγραμμα ως εξής:



Γ. Η κλίση της γραφικής παράστασης ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ και ισχύει: $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{K\Lambda}{O\Lambda} = \dfrac{20N}{5cm} = 4N/cm,$ δηλαδή δίνει τη σταθερά του ελατηρίου Κ.

5. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή $\alpha = 0$, όπως προκύπτει από το νόμο του Νεύτωνα $\Sigma F = m\,\alpha$, πρέπει να είναι $\Sigma F = 0$. Αυτό σημαίνει ότι στο σώμα ασκείται δύναμη F_3 ίδιας κατεύθυνσης με τη μικρότερη δύναμη F_2, έτσι ώστε να ισχύει:

$F_1 - F_2 - F_3 = 0$ ή $F_3 = F_1 - F_2 = (22 - 7)N$ ή $F_3 = 15N$.

6. Επειδή το πιθηκάκι ισορροπεί, θα πρέπει να δέχεται από το κλαδί δύναμη F, ώστε η συνισταμένη της F και το βάρος Β να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή: $F - B = 0$ ή $F = B$ ή $F = 200N$ αντίρροπη του βάρους του.

7. Η συνισταμένη δύναμη ΣF έχει και στις τέσσερις περιπτώσεις την ίδια τιμή $\Sigma F = 20N$ με φορά προς τ' αριστερά, εκτός της περίπτωσης Β που η φορά είναι προς τα δεξιά. Έτσι στις περιπτώσεις Α, Γ και Δ έχουμε την ίδια επιτάχυνση που είναι αντίθετη της επιτάχυνσης του σώματος στην περίπτωση Β.

8. Από τη σχέση $\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ βρίσκουμε την επιβράδυνση α που είναι:

$$\alpha = \frac{5}{2}\, m/s^2 = 2{,}5 m/s^2.$$

Έτσι η ζητούμενη δύναμη είναι: $F = m\,\alpha = 10 \cdot 2{,}5 N$ ή $F = 25 N$.

9. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 4t$ με τη σχέση $\upsilon = \alpha\, t$ προκύπτει πως το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha = 4 m/s^2$. Έτσι η συνισταμένη δύναμη για το σώμα είναι:

$$\Sigma F = m\ \alpha = 1 . 4N \text{ ή } \Sigma F = 4N.$$

10. Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{14 - 10}{2}\, m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 m/s^2.$$

Έτσι από τον νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $F = m\,\alpha = 10 \cdot 2N$ ή $F = 20N$.

11. Α. Για την επιτάχυνση κάθε σώματος έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{4}{1}\, m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 4 m/s^2 \quad \text{και}$$

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{15}{3}\, m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = 5 m/s^2.$$

Β. Αν τα δύο σώματα απέχουν κατά 18m μετά από χρόνο t στον οποίο έχουν διανύσει αντίστοιχο διάστημα S_1 και S_2 θα πρέπει να ισχύει: $S_2 - S_1 = (18-10)m$ ή $S_2 - S_1 = 8m$. Έτσι έχουμε:

$$\frac{1}{2}\alpha_2\, t^2 - \frac{1}{2}\alpha_1\, t^2 = 8 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} 5\, t^2 - \frac{1}{2} 4\, t^2 = 8$$

$$\text{ή} \quad 2{,}5\, t^2 - 2\, t^2 = 8 \quad \text{ή} \quad t^2 = 16 \quad \text{ή} \quad t = 4s.$$

12. Α. Αρχικά το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha_1 = \dfrac{F_1}{m} = \dfrac{20}{20}\, m/s^2$ ή $\alpha_1 = 1 m/s^2$ για χρόνο έστω t_1, στον οποίο αποκτά ταχύτητα υ_0 διανύοντας διάστημα S_1. Προφανώς για την κίνηση αυτή ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_1\, t_1^2 \quad \text{ή} \quad s_1 = \frac{1}{2} t_1^2 \qquad (\alpha)$$

$$\text{και} \quad \upsilon_0 = \alpha_1\, t_1 \quad \text{ή} \quad \upsilon_0 = t_1 \qquad (\beta)$$

Κατόπιν το σώμα επιβραδύνεται με επιβράδυνση

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{5}{20} m/s^2 \quad ή \quad \alpha_2 = 0{,}25 m/s^2$$

Τελικά το σώμα κινείται ακόμη μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για χρόνο $t_2 = \dfrac{\upsilon_0}{\alpha_2} = \dfrac{t_1}{\alpha_2}$ (γ)

Στο χρόνο αυτό διανύει διάστημα $s_2 = \dfrac{\upsilon_0^2}{2\alpha_2} = \dfrac{t_1^2}{2\alpha_2}$ (δ)

Αλλά $s_1 + s_2 = s_{ολ}$ ή $\dfrac{1}{2}t_1^2 + \dfrac{t_1^2}{2\alpha_2} = s_{ολ}$ ή

$$\frac{1}{2}t_1^2 + 2\,t_1^2 = 40 \quad ή \quad t_1 = 4s.$$

Άρα η δύναμη F_2 άρχισε να ενεργεί μετά από διαδρομή

$$s_1 = \frac{1}{2}t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 4^2 s \quad ή \quad s_1 = 8m.$$

Β. Η συνολική διάρκεια κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{ολ} = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{t_1}{\alpha_2} = \left(4 + \frac{4}{0{,}25}\right)s \quad ή \quad t_{ολ} = 20s.$$

13. Α. Από την εξίσωση της κίνησης για την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad ή \quad \alpha = \frac{2s}{t^2} = \frac{48}{16} m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 3 m/s^2.$$

Β. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση $\Sigma F = m\,\alpha$ όπου $\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3$ έχουμε: $F_1 + F_2 - F_3 = m\,\alpha$ ή $6 + 2 - F_3 = 1\cdot 3$ ή $F_3 = 5N$.

14. Στην πρώτη περίπτωση η $\Sigma F = F_1 - F_2 = 40N - 20N$ ή $\Sigma F = 20N$.

Άρα η $\Sigma F = m\,\alpha$ δίνει για τη μάζα $m = \dfrac{20}{0{,}3}kg$.

Έτσι στη δεύτερη περίπτωση η επιτάχυνση του σώματος είναι:

$$\Sigma F' = m\,\alpha' \quad ή \quad \alpha' = \frac{\Sigma F'}{m} = \frac{40}{\frac{20}{0{,}3}} m/s^2 \quad ή \quad \alpha' = 0{,}6 m/s^2.$$

Την τιμή αυτή την αναμένουμε, αφού διπλάσια δύναμη στο ίδιο σώμα, προκαλεί διπλάσια επιτάχυνση.

15. Από την εξίσωση του διαστήματος για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad ή \quad t^2 = \frac{2h}{8} \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε $t = 2s$.

16. Αν το πρώτο σώμα φτάνει στον πυθμένα σε χρόνο t, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ και με αντικατάσταση $t = 6s$.

Το δεύτερο σώμα έχει κινηθεί για χρόνο t΄ που είναι:

$t' = t - \Delta t$ ή $t' = (6 - 1)s = 5s$.

Στο χρόνο αυτό έχει διανύσει διάστημα

$$h' = \frac{1}{2} g t'^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 5^2 \ m \quad ή \quad h' = 125m.$$

Κατά συνέπεια η ζητούμενη απόσταση Δh είναι:

$\Delta h = h - h' = (180 - 125)m$ ή $\Delta h = 55m$.

17. Α. Η επιτάχυνση που αποκτά το αυτοκίνητο θα είναι:

$$F = m\alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{F}{m} = \frac{2 \cdot 10^4}{4.000} m/s^2 = 5m/s^2.$$

Όμως το διάστημα μέχρι να σταματήσει είναι:

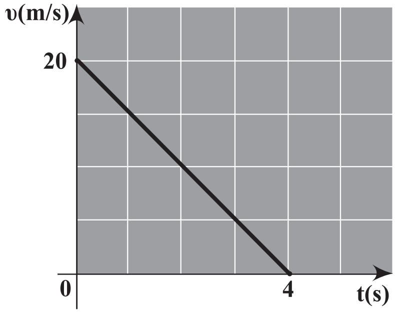
$$S = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha} \quad ή \quad \upsilon_0^{\,2} = 2\alpha s \quad ή \quad \upsilon_0 = \sqrt{2\alpha s}$$

και με αντικατάσταση $\upsilon_0 = 20m/s$.

Β. Η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι:

$$t_{ολ} = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{5} s \quad ή \quad t_{ολ} = 4s.$$

Γ. Τέλος το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

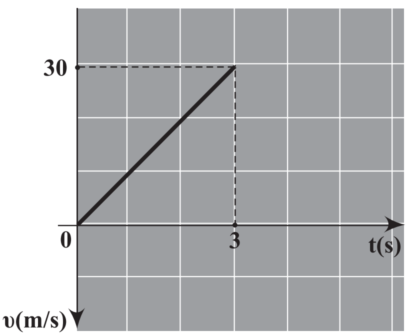


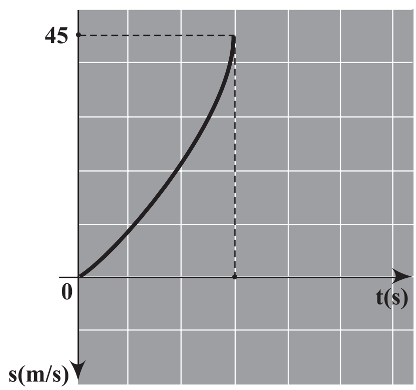
18. Α. Έστω ότι το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t. Ισχύει ότι: $h = \frac{1}{2} g t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ και με αντικατάσταση t = 3s. Επειδή το δεύτερο σώμα ρίχνεται μετά από ένα δευτερόλεπτο και φτάνει στο έδαφος ταυτόχρονα με το πρώτο, πρέπει να κινείται για χρόνο $t' = t - \Delta t$ ή $t' = (3 - 1)s$ ή $t' = 2s$. Έτσι για το δεύτερο σώμα έχουμε:

$$h = \upsilon_0 t' + \frac{1}{2} g t'^2 \quad ή \quad \upsilon_0 = \frac{h - \frac{1}{2} g t'^2}{t'} \quad ή$$

$$\upsilon_0 = \frac{45 - 5 \cdot 2^2}{2} m/s \quad ή \quad \upsilon_0 = 12{,}5 m/s.$$

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





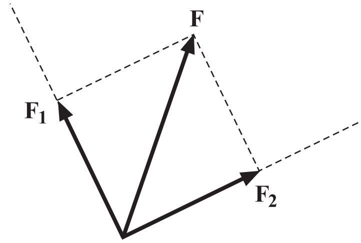
Κεφάλαιο 1.3

1. Με βάση τα δεδομένα το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων θα είναι τετράγωνο.
Έτσι έχουμε:

$$F^2 = F_1^{\ 2} + F_2^{\ 2} = 2F_1^{\ 2} \quad ή \quad F_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2}}$$

και με αντικατάσταση

$$F_1 = F_2 = \sqrt{50}\ N \quad ή \quad F_1 = F_2 = 5\sqrt{2}\ N$$

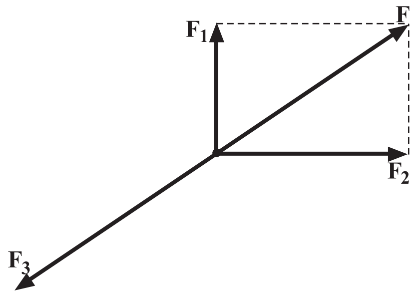


2. Η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι:

$$F = \sqrt{F_1^{\ 2} + F_2^{\ 2}}$$

και με αντικατάσταση $F = \sqrt{41}\ N$.
Για να ισορροπεί το σωμάτιο πρέπει να του ασκείται δύναμη F_3 αντίθετη της F.

Δηλαδή $F_3 = F = \sqrt{41}\ N$.



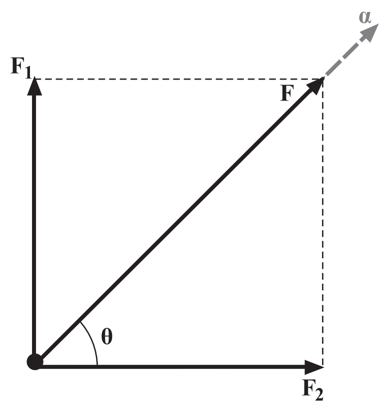
3. Η συνισταμένη F των δύο δυνάμεων F_1, F_2 δίνεται από τη σχέση:

$F = \sqrt{F_1^{\ 2} + F_2^{\ 2}}$ και με αντικατάσταση F = 10N. Άρα η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι:

$$\alpha = \frac{F}{m} \quad ή \quad \alpha = \frac{10}{1}\, m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 10 m/s^2$$

Η επιτάχυνση α έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης F δηλαδή σχηματίζει με τη δύναμη F_2 γωνία $\hat{\theta}$ για την οποία ισχύει:

$$εφθ = \frac{F_1}{F_2} = \frac{6}{8} \quad ή \quad εφθ = \frac{3}{4}.$$



4. Α. Από την εξίσωση της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g_\Sigma t^2 \quad ή \quad g_\Sigma = \frac{2h}{t^2}$$ και με αντικατάσταση

$$g_\Sigma = \frac{2 \cdot 7{,}2}{3^2} m/s^2 \quad ή \quad g_\Sigma = 1{,}6 m/s^2.$$

Β. α) Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στο έδαφος σύμφωνα με την αρχή επαλληλίας των κινήσεων, είναι πάλι 3s.
β) Για την οριζόντια κίνηση έχουμε: $x = \upsilon t$ ή $x = 12 \cdot 3 m$ $x = 36m$.

5. Α. Οι ζητούμενες εξισώσεις για τις δύο κινήσεις της βόμβας στους άξονες x και y είναι αντίστοιχα:

$x = \upsilon t$ (α) και $y = \frac{1}{2} g t^2$ (γ)

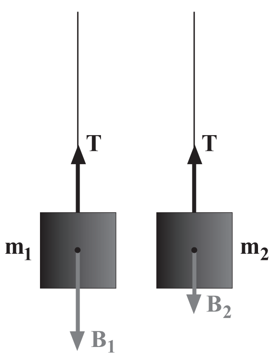
$\upsilon_x = \upsilon_0$ (β) $\upsilon_y = g t$ (δ)

Β. Από τη (γ) έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad ή \quad g = \frac{2y}{t^2} \quad ή \quad g = \frac{2 \cdot 500}{10^2} m/s^2 \quad ή \quad g = 10 m/s^2.$$

Γ. Επειδή η ταχύτητα υ_x της βόμβας είναι ίση με την ταχύτητα (υ_0) του αεροπλάνου, βόμβα και αεροπλάνο διανύουν κάθε στιγμή την ίδια απόσταση x. Έτσι τη στιγμή που η βόμβα φτάνει στο έδαφος, το αεροπλάνο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο πρόκρουσης, έχοντας μετατοπιστεί από το σημείο που άφησε τη βόμβα κατά $x = \upsilon_0 t = 150 \cdot 10 m$ ή $x = 1.500 m$.

6. Α. Στα σώματα ασκούνται τα βάρη τους και οι τάσεις $T_1 = T_2 = T$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εφαρμόζω για κάθε σώμα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:



$B_1 - T = m_1 \alpha$ (1) και

$T - B_2 = m_2 \alpha$ (2).

Β. Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:

$B_1 - T + T - B_2 = m_1 \alpha + m_2 \alpha$ ή

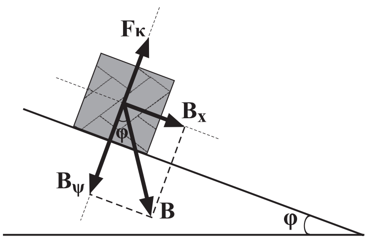
$B_1 - B_2 = (m_1 + m_2) \alpha$ ή

$$\alpha = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} \quad ή \quad \alpha = \frac{30 - 10}{4} \frac{m}{s^2} \quad ή \quad \alpha = 5 \frac{m}{s^2}.$$

Γ. Αντικαθιστούμε την τιμή της επιτάχυνσης σε μια από τις αρχικές σχέσεις, π.χ. στην (1) και έχουμε:

$T = B_1 - m_1 \alpha$ ή $T = (3 \cdot 10 - 3 \cdot 5)N$ ή $T = 15N$.

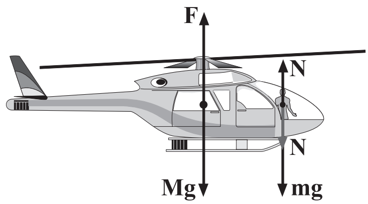
7. Α. Οι δυνάμεις στο σώμα είναι το βάρος του Β και η δύναμη Fκ λόγω της άμεσης επαφής του με το κεκλιμένο επίπεδο. Αναλύουμε το βάρος Β στις συνιστώσες Bx και By, οπότε ο θεμελιώδης νόμος γράφεται: $\Sigma F = m\,\alpha$ ή $B_x = m\,\alpha$ (1).



Β. Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$m\,g\,\eta\mu\varphi = m\,\alpha \text{ ή } \alpha = g\,\eta\mu\varphi \text{ ή } \alpha = \frac{g}{2}.$$

8. Α. Στον πιλότο ασκείται το βάρος του mg και η δύναμη N από το κάθισμα. Στο ελικόπτερο ασκείται το βάρος του Mg, η ανυψωτική δύναμη F και η εσωτερική δύναμη N που ασκεί ο πιλότος λόγω άμεσης επαφής.



Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σύστημα έχουμε:
$F - Mg - mg = (M + m)\,\alpha$ ή
$F = [(1.920 + 80)\cdot 2 + 1.920\cdot 10 + 80\cdot 10]N$
ή $F = 24.000N$.

Γ. Ο ίδιος νόμος για τον πιλότο δίνει:
$N - mg = m\alpha$ ή $N = m\alpha + mg$ ή $N = (80\cdot 2 + 80\cdot 10)N$ ή $N = 960N$.

9. Α. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική και κατά συνέπεια ισχύει: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon = \alpha t$. Από τις εξισώσεις αυτές αντικαθιστώντας το χρόνο t από τη δεύτερη εξίσωση στην πρώτη έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha\frac{\upsilon^2}{\alpha^2} \text{ ή } s = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s} \text{ ή}$$

$$\alpha = \frac{10^2}{2\cdot 10} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 5m/s^2.$$

Β. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε ότι:
$\Sigma F = m\,\alpha$ ή $\Sigma F = 5\cdot 5N$ ή $\Sigma F = 25N$. Επειδή $\Sigma F > F$ σημαίνει ότι υπάρχει τριβή Τ έτσι ώστε:
$\Sigma F = F - T$ ή $T = F - \Sigma F = (30 - 25)N$ ή $T = 5N$.

Γ. Για το συντελεστή τριβής ολίσθησης βρίσκουμε:

$$T = \mu\,F\kappa = \mu mg \text{ ή } \mu = \frac{T}{mg} \text{ ή } \mu = \frac{5}{5\cdot 10} \text{ ή } \mu = 0,1.$$

10. Α. Δεχόμαστε ότι κατά την επιβράδυνσή του ο οδηγός δέχεται μόνο τη δύναμη F από τη ζώνη, και ότι αυτή είναι σταθερή. Από την εξίσωση που δίνει το μέγιστο διάστημα στην επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε:

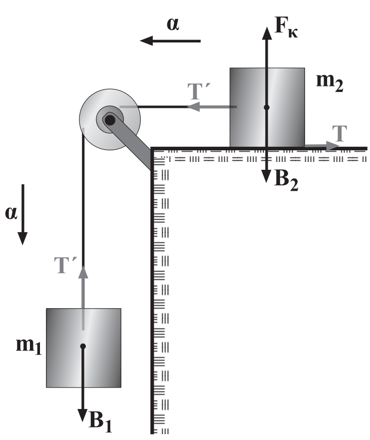
$$s_{max} = \frac{\upsilon^2}{2\alpha} \quad ή \quad \alpha = \frac{\upsilon^2}{2s_{max}} \quad ή \quad \alpha = \frac{30^2}{2 \cdot 0{,}2} m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 2.250 m/s^2.$$

Β. Η δύναμη από τη ζώνη ασφαλείας που προκαλεί την παραπάνω επιβράδυνση είναι: $F = m\,\alpha = 60 \cdot 2.250N$ ή $F = 135.000N$.

11. Α. Επειδή η ταχύτητα της ντουλάπας είναι σταθερή ισχύει $\alpha = 0$, δηλαδή $\Sigma F = 0$ ή $F - T = 0$ ή $T = F$ ή $T = 120N$.

Αλλά $T = \mu F\kappa$ ή $\mu = \dfrac{120}{250}$ ή $\mu = 0{,}48$.

Β. Η ελάττωση του βάρους της ντουλάπας ελαττώνει την τριβή σε μια νέα τιμή $T' = \mu B = 0{,}48 \cdot 160N$ ή $T' = 76{,}8N$. Για να έχουμε πάλι σταθερή ταχύτητα η οριζόντια δύναμη F΄ θα πρέπει να είναι: $F' = T'$ ή $F = 76{,}8N$.



12. Α. Οι δυνάμεις σε κάθε σώμα φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για κάθε σώμα ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

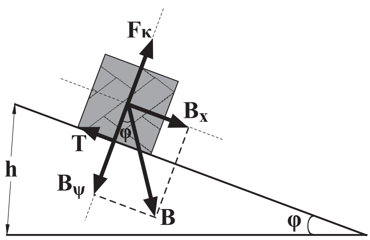
$B_1 - T' = m_1\,\alpha$ (1) και

$T' - T = m_2\,\alpha$ (2)

Γ. Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε $B_1 - T = (m_1 + m_2)\,\alpha$ και επειδή $T = \mu F\kappa = \mu m_2 g$ προκύπτει: $m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2)\,\alpha$ ή

$$\alpha = \frac{8 \cdot 10 - 0{,}25 \cdot 12 \cdot 10}{12 + 8} m/s^2 \quad ή$$

$\alpha = 2{,}5 m/s^2$.



13. Α. Οι δυνάμεις φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για την τριβή έχουμε: $T = \mu F\kappa$ και επειδή $F\kappa = B_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$, η τριβή είναι: $T = \mu \cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$$T = \frac{\sqrt{3}}{6} 1 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} N \quad ή \quad T = 2{,}5N.$$

Γ. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } Bx - T = m\alpha \text{ ή } mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{1 \cdot 10\frac{1}{2} - 2{,}5}{1} m/s^2$$

ή $\alpha = 2{,}5 m/s^2$. Έτσι το ζητούμενο διάστημα είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 1 m \text{ ή } s = 1{,}25 m.$$

14. Η γραμμική ταχύτητα για κάθε σημείο του πλέγματος του τροχού είναι ίση με τη μεταφορική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Δηλαδή $\upsilon = 35 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{R}$,

όπου $R = \dfrac{\delta}{2} = \dfrac{0{,}8}{2} m$ ή $R = 0{,}4 m$.

Έτσι $\alpha_\kappa = \dfrac{35^2}{0{,}4} m/s^2$ ή $\alpha_\kappa = 3.062{,}5 m/s^2$.

15. Από τη σχέση $\upsilon = \omega R$, αν θέσουμε $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \cdot R = \dfrac{2 \cdot 3{,}14}{24 \cdot 3.600} \cdot 6.380 \cdot 10^3 m/s$ ή

$\upsilon = 463 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{463^2}{6.380 \cdot 10^3}$

ή $\alpha_\kappa = 0{,}034 m/s^2$.

16. Για την ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}5 \frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2} m/s \text{ ή } \upsilon = 368 \cdot 10^3 m/s.$$

Η ζητούμενη κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(368 \cdot 10^3\right)^2}{\frac{13{,}8 \cdot 10^3}{2}} m/s^2 \quad \text{ή} \quad \alpha_\kappa = 19{,}6 \cdot 10^6 m/s^2.$$

17. Η συχνότητα περιστροφής του κάδου είναι:

$$f = \frac{780}{60} Hz \text{ ή } f = 13 Hz.$$

Έτσι βρίσκουμε: $\upsilon = \omega R = 2\pi f R$ ή

$$\upsilon = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 13 \cdot \frac{0{,}66}{2} \, m/s \text{ ή}$$

$$\upsilon = 26{,}9 m/s \text{ και } \alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{26{,}9^2}{0{,}33} m/s^2 \text{ ή } \alpha_\kappa = 2.193 m/s^2.$$

18. Η τιμή της τριβής, δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη, δεν μπορεί να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου.

Δηλαδή: $F\kappa_{(max)} = 0{,}25B$ ή $F\kappa_{(max)} = 0{,}25mg$.

Όμως $F\kappa_{(max)} = \frac{m\upsilon_{max}^2}{R}$ ή $0{,}25mg = \frac{m\upsilon_{max}^2}{R}$ ή

$\upsilon_{max} = \sqrt{0{,}25\, gR}$ και με αντικατάσταση $\upsilon_{max} = 13 m/s$.

19. Για την περίοδο του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη βρίσκουμε: $T_\Omega = 12h = 12 \cdot 3.600s$ ή $T_\Omega = 43.200s$ και $T_\Lambda = 1h = 1 \cdot 3.600$ ή $T_\Lambda = 3.600s$.

Έστω ότι οι δείκτες σχηματίζουν για πρώτη φορά γωνία $\frac{\pi}{3}$ μετά από χρόνο t. Ο λεπτοδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\varphi_\Lambda = \omega_\Lambda t = \frac{2\pi}{T_\Lambda} t$ (1)

Αντίστοιχα ο ωροδείκτης θα έχει διαγράψει γωνία

$\varphi_\Omega = \omega_\Omega t = \frac{2\pi}{T_\Omega} t$ (2). Όμως $\varphi_\Lambda - \varphi_\Omega = \frac{\pi}{3}$ οπότε αντικαθιστούμε τις (1) και (2) και έχουμε $\frac{2\pi}{T_\Lambda} t - \frac{2\pi}{T_\Omega} t = \frac{\pi}{3}$ ή

$$2t\left(\frac{1}{T_\Lambda} - \frac{1}{T_\Omega}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } 2t\left(\frac{1}{3.600} - \frac{1}{43.200}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } t = 10{,}9 min.$$

20. Το βλήμα κινούμενο ομαλά χρειάζεται χρόνο t για να φθάσει στο δίσκο, ο οποίος είναι: $t = \frac{d}{\upsilon} = \frac{2}{400} s$ ή $t = 0{,}005 s$. Στον ίδιο χρόνο t ο δίσκος περιστρέφεται κατά γωνία $\frac{\pi}{4}$.

Επομένως βρίσκουμε ότι: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{\pi}{4} rad}{0{,}005 s} = \frac{\pi}{0{,}02} rad/s$ ή $\omega = 50\pi \, rad/s$.

21. Α. Για την ταχύτητα του δορυφόρου βρίσκουμε:

$$\upsilon = \omega(R+h) = \frac{2\pi}{T}(R+h) \quad ή$$

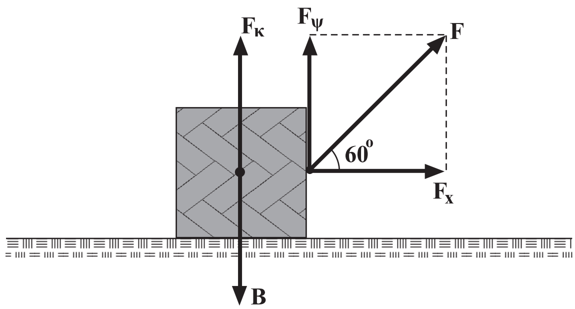
$$\upsilon = \frac{2\cdot 3{,}14}{4\cdot 3.600}\left(6.400\cdot 10^3 + 6.400\cdot 10^3\right)m/s \quad ή \quad \upsilon = 5.581 m/s.$$

Β. Για τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14}{4\cdot 3.600} rad/s \quad ή \quad \omega = 4{,}36\cdot 10^{-4} rad/s.$$

22. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον κατακόρυφο άξονα έχουμε: $F\kappa + Fy = B$ ή $F\kappa = m\,g - F\eta\mu 60$ ή

$$F\kappa = \left(10\cdot 10 - 40\frac{\sqrt{3}}{2}\right)N \quad ή \quad F\kappa = \left(100 - 20\sqrt{3}\right)N \quad ή \quad F\kappa = 65{,}36N.$$



Β. Η ταχύτητα μετά από 5s θα είναι $\upsilon = \alpha\, t$, όπου α η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

Αλλά $Fx = m\,\alpha$ ή $\alpha = \frac{Fx}{m} = \frac{F\sigma\upsilon\nu 60}{m} = \frac{40\frac{1}{2}}{10} m/s^2$ ή $\alpha = 2 m/s^2$.

Έτσι $\upsilon = \alpha\, t = 2\cdot 5 m/s$ ή $\upsilon = 10 m/s$.

Γ. Κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερολέπτου το σώμα διανύει διάστημα:

$$S = S_5 - S_4 = \frac{1}{2}\alpha\, t_5^2 - \frac{1}{2}\alpha\, t_4^2 \quad ή$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha\left(t_5^2 - t_4^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\left(5^2 - 4^2\right)m \quad ή \quad S = 9m.$$

23. Α. Για να κινηθεί το σώμα απαιτείται δύναμη $F \geq T$.
Άρα η ζητούμενη μικρότερη δύναμη είναι F = T ή
F = μ Fκ ή F = μ Β = 0,2·1.000N ή F = 200N.

Β. Η ζητούμενη επιτάχυνση είναι:

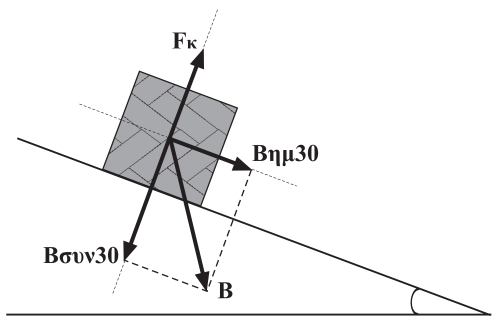
$$\alpha = \frac{F' - T}{m} = \frac{(F' - T)\,g}{B} \quad ή \quad \alpha = \frac{(500 - 200)\,10}{1.000}\,m/s^2 \quad ή \quad \alpha = 3m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι: $s = \frac{1}{2}\alpha\, t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha}}$ και με αντικατάσταση t = 4s. Για τη ζητούμενη ταχύτητα έχουμε:

υ = α t = 3·4m/s ή υ = 12m/s.

24. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y έχουμε:

$$F\kappa - B\sigma\upsilon\nu 30 = 0 \quad ή \quad F\kappa = m\,g\,\sigma\upsilon\nu 30 = 1 \cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}\,N \quad ή \quad F\kappa = 5\sqrt{3}\,N.$$



Β. Για την επιτάχυνση του σώματος έχουμε:

$$B\eta\mu 30 = m\,\alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{m\,g\,\eta\mu 30}{m} \quad ή \quad \alpha = g\,\eta\mu 30 \quad ή \quad \alpha = 5m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$, οπότε: $S = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $\frac{h}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha\,\eta\mu 30}}$ και με αντικατάσταση t = 2s.

Επίσης υ = α t = 5·2m/s ή υ = 10m/s.

Δ. Στην περίπτωση αυτή το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση α΄ = g ημ45 και διανύει διάστημα $S' = \frac{h}{\eta\mu 45}$. Έτσι ο χρόνος κίνησης του είναι $t' = \sqrt{\frac{2h}{g\,\eta\mu^2 45}}$ και η ζητούμενη ταχύτητα

$$\upsilon = \alpha' t' = g\,\eta\mu 45 \sqrt{\frac{2h}{g\,\eta\mu^2 45}} = \sqrt{2gh}$$. Δηλαδή η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου και αφού το ύψος h παραμένει το ίδιο, το σώμα φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με την ίδια ταχύτητα $\upsilon = 10 m/s$.

25. Α. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα έχουμε: $F - T = m_1\,\alpha$ (1) και

$T = m_2\,\alpha$ (2)

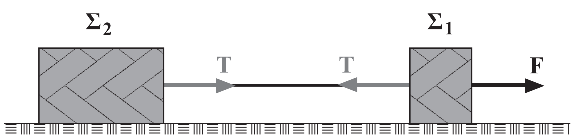
Από την πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) κατά μέλη βρίσκουμε:

$$F = (m_1 + m_2)\,\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\,\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\,\frac{g}{8}$$

$$F = \frac{200 + 500}{8} N \quad ή \quad F = 87{,}5 N.$$

Β. Με αντικατάσταση της τιμής της F στην εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$T = m_2\,\alpha = \frac{B_2}{g}\cdot\frac{g}{8} = \frac{B_2}{8} \quad ή \quad T = 62{,}5 N.$$



Κεφάλαιο 1.4

1. Από το νόμο της παγκόσμιας έλξης έχουμε:

$$F = G\frac{m_p \cdot m_p}{R^2} = G\frac{m_p{}^2}{4r_p{}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{\left(1{,}67 \cdot 10^{-27}\right)^2}{4 \cdot \left(10^{-15}\right)^2}\,N \quad ή$$

$$F = 4{,}65 \cdot 10^{-35}\,N.$$

2. Α. Η επιτάχυνση στην επιφάνεια του αστεροειδούς είναι:

$$g = G\frac{m}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{7 \cdot 10^{20}}{\left(5{,}5 \cdot 10^5\right)^2}\,m/s^2 \quad ή \quad g = 1{,}54 \cdot 10^{-1}\,m/s^2.$$

Β. Το σώμα έλκεται από τον αστεροειδή με δύναμη:
$F = m\,g = 100 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-1}N$ ή $F = 15{,}4N$.

3. Από τη σχέση

$$B = F_\kappa \quad ή \quad G\frac{M_\Gamma\, m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m\,\upsilon^2}{(R_\Gamma + h)} \quad \text{έχουμε:}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}. \quad \text{Αλλά} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma{}^2, \quad \text{οπότε:}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma{}^2}{4R_\Gamma}} \quad ή \quad \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{4}}.$$

4. Για την επιτάχυνση στη Γη και στη Σελήνη έχουμε:

$$g_{0(\Gamma)} = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma{}^2} \quad \text{και} \quad g_{0(\Sigma)} = \frac{GM_\Sigma}{R_\Sigma{}^2}$$

Έτσι, διαιρώντας τις σχέσεις κατά μέλη βρίσκουμε:

$$\frac{g_{0(\Gamma)}}{g_{0(\Sigma)}} = \frac{M_\Gamma\, R_\Sigma{}^2}{M_\Sigma\, R_\Gamma{}^2} \quad ή \quad g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{M_\Sigma\, R_\Gamma{}^2}{M_\Gamma\, R_\Sigma{}^2} \quad ή$$

$$g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{M_\Sigma\, 16R_\Sigma{}^2}{81M_\Sigma\, R_\Sigma{}^2} \quad ή \quad g_{0(\Sigma)} = g_{0(\Gamma)}\frac{16}{81}$$

5. Από τη σχέση $\upsilon = \omega r$ έχουμε:

$$\sqrt{\frac{G M_\Gamma}{2 R_\Gamma}} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma \quad ή \quad T = \frac{4\pi R_\Gamma}{\sqrt{G M_\Gamma}} \sqrt{2R_\Gamma} \quad ή$$

$$T = \sqrt{\frac{32\pi^2 R_\Gamma{}^3}{G M_\Gamma}} = \sqrt{\frac{32\pi^2 R_\Gamma{}^3}{g_0 R_\Gamma{}^2}} \quad ή \quad T = 4\pi\sqrt{\frac{2 R_\Gamma}{g_0}}.$$

6. Πρέπει να είναι $F_1 = F_2$, δηλαδή:

$$G \frac{9 \cdot 1}{(15 - x)^2} = G \frac{4 \cdot 1}{x^2} \quad ή$$

$$9x^2 = 4\left(225 + x^2 - 30x\right) \quad ή \quad x = 6m.$$

7. Πρέπει να ισχύει:

$$g_\Gamma = g_\Sigma \quad ή \quad G \frac{M_\Gamma}{x_1{}^2} = G \frac{M_\Sigma}{x_2{}^2} \quad ή$$

$$\frac{M_\Sigma}{M_\Gamma} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = \left(\frac{4 \cdot 10^4}{36 \cdot 10^4}\right)^2 \quad ή \quad \frac{M_\Sigma}{M_\Gamma} = \frac{1}{81}.$$

8. Α. Από τη σχέση $F_g = F_\kappa$ έχουμε:

$$\frac{G M m}{r^2} = \frac{m \upsilon^2}{r} \quad ή \quad \frac{GM}{r} = \omega^2 r^2 \quad ή \quad \omega = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{G M}{r}},$$

δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη μάζα m του πλανήτη.

Β. Για ακτίνα περιφοράς $r' = 4r$ έχουμε:

$$\omega' = \frac{1}{4r}\sqrt{\frac{G M}{4r}} = \frac{1}{8r}\sqrt{\frac{G M}{r}}, \quad δηλαδή \quad \omega' = \frac{1}{8}\omega.$$

9. Το βάρος του δορυφόρου στο ύψος h και στην επιφάνεια της Γης, είναι αντίστοιχα: $B_h = G \dfrac{M_\Gamma m}{(3R_\Gamma)^2}$ και $B_0 = G \dfrac{M_\Gamma m}{R_\Gamma{}^2}$.

Έτσι διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε:

$$\frac{B_h}{B_0} = \frac{R_\Gamma{}^2}{9R_\Gamma{}^2} = \frac{1}{9} \quad ή \quad B_h = B_0 \frac{1}{9}, \quad δηλαδή \ B_h = 10N.$$

10. Για τη δύναμη στο ύψος h ισχύει:

$$F_h = G\frac{M_\Gamma m}{\left(\frac{3R_\Gamma}{2}\right)^2} \quad \text{ή} \quad F_h = G\frac{4M_\Gamma m}{9R_\Gamma^2} \qquad (\alpha)$$

$$\text{Αλλά} \quad F_0 = G\frac{M_\Gamma m'}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} = \frac{F_0}{m'} \qquad (\beta)$$

$$\text{Έτσι} \quad F_h = \frac{F_0}{m'}\frac{4m}{9} \quad \text{ή} \quad F_h = \frac{10}{1}\cdot\frac{4\cdot 200\text{N}}{9} \quad \text{ή} \quad F_h = 888{,}9\text{N}.$$

11. Α. Η ζητούμενη κινητική ενέργεια K είναι:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{5R_\Gamma}}\right)^2 \quad \text{ή}$$

$$K = \frac{1}{2}m\frac{GM_\Gamma}{5R_\Gamma} = \frac{1}{2}m\frac{g_0 R_\Gamma^2}{5R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad K = \frac{mg_0R_\Gamma}{10}$$

Β. Όχι, αφού η ταχύτητα και η ορμή είναι μεγέθη διανυσματικά, των οποίων η διεύθυνση συνεχώς μεταβάλλεται.

Γ. Είναι μηδέν, αφού η βαρυτική έλξη είναι συνεχώς κάθετη στην τροχιά του δορυφόρου.

12. Α. Έχουμε $\sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{3}} = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$ ή $\frac{g_0 R_\Gamma}{3} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}$ ή $h = 2R_\Gamma$.

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

προκύπτει ότι σε μικρότερο ύψος έχουμε αύξηση και όχι ελάττωση της ταχύτητας. Επίσης από τη σχέση $\upsilon = \omega(R_\Gamma + h) = \frac{2\pi}{T}(R_\Gamma + h)$,

προκύπτει ότι $T = \frac{R_\Gamma + h}{\upsilon}\cdot 2\pi$, δηλαδή πράγματι η ελάττωση του ύψους προκαλεί ελάττωση στην περίοδο περιστροφής του δορυφόρου.

13. Α. Από τη σχέση $g_h = \frac{1}{4} g_0$ βρίσκουμε:

$$\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{1}{4}\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma{}^2} \quad \text{ή} \quad (R_\Gamma + h)^2 = 4R_\Gamma^2 \quad \text{ή} \quad h = R_\Gamma.$$

Β. $K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}}\right)^2$ ή

$$K = \frac{1}{2} m \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} = \frac{1}{2} m \frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{4} m g_0 R_\Gamma.$$

Κεφάλαιο 2.1

1. Η ορμή του λεωφορείου είναι:

$P = m\,\upsilon$, όπου $\upsilon = 72 km/h = \dfrac{72.000}{3.600} m/s = 20 m/s.$

Έτσι $p = 2.500 \cdot 20 kg\dfrac{m}{s}$ ή $\Pi = 5 \cdot 10^4 kg\dfrac{m}{s}$.

2. Η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι $\upsilon_0 = \dfrac{216.000}{3.600} m/s = 60 m/s.$

Από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε: $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $\alpha = \dfrac{\upsilon_0}{t} = \dfrac{60}{120} m/s^2$ ή $\alpha = 0{,}5 m/s^2$.

Αλλά $F = m\,\alpha$ ή $F = 10^5 \cdot 0{,}5 N$ ή $F = 5 \cdot 10^4 N$.

3. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{0{,}5 \cdot 24}{0{,}03} N \text{ ή } F = 400 N.$$

4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta t} = B = m g = 90 \cdot 10 N \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta t} = 900 N.$$

Επειδή ο αλεξιπτωτιστής θεωρούμε ότι κάνει ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$\upsilon = g\,t = 10 \cdot 1 m/s \text{ ή } \upsilon = 10 m/s.$$

5. Α. Θεωρώντας ως θετική φορά στον κατακόρυφο άξονα τη φορά από κάτω προς τα πάνω έχουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \text{ ή } \Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - \left(-p_{\alpha\rho\chi}\right) \text{ ή}$$

$$\Delta p = m\,\upsilon_2 + m\,\upsilon_1 = (0{,}5 \cdot 30 + 0{,}5 \cdot 10)\, kg\frac{m}{s} \text{ ή}$$

$$\Delta p = 20 kg\frac{m}{s}.$$

Β. Για τη ζητούμενη μέση δύναμη έχουμε: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{20}{0{,}25} N$ ή $F = 80 N$.

6. Α. Για τη μεταβολή της ορμής βρίσκουμε:
$\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi} = m\,\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - 0$ ή

$$\Delta p = 1.600\frac{90 \cdot 10^3}{3.600}\,kg\frac{m}{s} \quad ή \quad \Delta p = 4 \cdot 10^4\,kg\frac{m}{s}.$$

Β. Η ζητούμενη δύναμη υπολογίζεται από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 10^4}{5}\,N \quad ή \quad F = 8 \cdot 10^3\,N.$$

7. Α. Για κάθε σταγόνα η μεταβολή της ορμής, αφού η τελική ταχύτητά τους είναι μηδέν, έχει τιμή:
$\Delta p = (m\,\upsilon - 0) = m\,\upsilon$ ή

$$\Delta p = 3 \cdot 10^{-5} \cdot 17kg\frac{m}{s} \quad ή \quad \Delta p = 51 \cdot 10^{-5}kg\frac{m}{s}.$$

Β. Για τη μέση δύναμη βρίσκουμε:

$$F = \frac{\Delta p_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{500 \cdot 51 \cdot 10^{-5}}{1}\,N \quad ή \quad F = 255 \cdot 10^{-3}\,N.$$

8. Α. Για την ελάχιστη ορμή του σώματος έχουμε:

$$p_{min} = m\,\upsilon_{min} \quad ή \quad \upsilon_{min} = \frac{p_{min}}{m} = \frac{2}{1}\,m/s \quad ή \quad \upsilon_{min} = 2m/s.$$

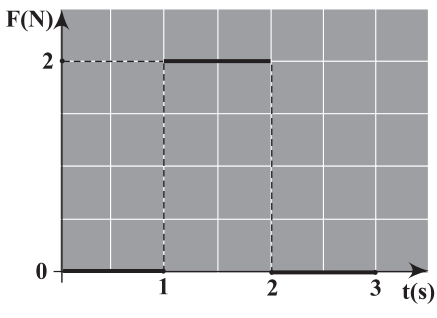
Αντίστοιχα για τη μέγιστη έχουμε:

$$p_{max} = m\,\upsilon_{max} \quad ή \quad \upsilon_{max} = \frac{p_{max}}{m} = \frac{4}{1}\,m/s \quad ή \quad \upsilon_{max} = 4m/s.$$

Β. Η συνισταμένη δύναμη όπως προκύπτει από τη σχέση $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ είναι μηδέν για τα χρονικά διαστήματα 0s έως 1s και 2s έως 3s. Αντίθετα κατά το χρονικό διάστημα 1s έως 2s η κλίση της ευθείας είναι σταθερή και κατά συνέπεια η δύναμη έχει σταθερή τιμή

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4-2}{1}\,N \quad ή \quad F = 2N.$$

Έτσι έχουμε:



9. Το σώμα επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης F και της τριβής Τ για την οποία βρίσκουμε:

$T = \mu F_\kappa = \mu m g = 0{,}1 \cdot 200 \cdot 10N$ ή $T = 200N$.

Έτσι από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } F - T = \frac{m\upsilon - 0}{\Delta t} \text{ ή}$$

$$\upsilon = \frac{(F-T)\Delta t}{m} = \frac{(500-200)\,4}{200} m/s \text{ ή } \upsilon = 6m/s.$$

10. Α. $p_{\pi\rho\iota\nu} = m\upsilon_1 = 0{,}1 \cdot 10 kg\frac{m}{s}$ ή $p_{\pi\rho\iota\nu} = 1kg\frac{m}{s}$

$$p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = m\upsilon_2 = 0{,}1 \cdot 8kg\frac{m}{s} \text{ ή } p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 0{,}8kg\frac{m}{s}$$

Β. Για τη ζητούμενη μεταβολή της ορμής, θεωρώντας τη φορά της υ_1 ως θετική έχουμε:

$$\Delta p = p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - p_{\pi\rho\iota\nu} = (-0{,}8-1)kg\frac{m}{s} \text{ ή } \Delta p = -1{,}8kg\frac{m}{s}.$$

Γ. Η δύναμη που δέχτηκε από τον τοίχο το μπαλάκι είναι:

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-1{,}8}{0{,}1} N$ ή $F = -18N$. Προφανώς η κατεύθυνση της F είναι αντίθετη από αυτή της ταχύτητας υ_1.

11. Α. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$0 = m\upsilon_0 + MV \text{ ή } V = -\frac{m\upsilon_0}{N} \text{ ή } V = -\frac{1 \cdot 1.000}{1.000}\frac{m}{s} \text{ ή } V = -1m/s.$$

(Το μείον δηλώνει ότι η φορά της ταχύτητας V είναι αντίθετη της ταχύτητας υ_0).

Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, όπου ΣF είναι μόνο η τριβή Τ.

Έτσι βρίσκουμε: $T = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $\mu M g = \frac{0 - MV}{\Delta t}$ ή $\mu g = \frac{-V}{\Delta t}$ ή

$$\Delta t = \frac{-V}{\mu g} = \frac{-(-1)}{0{,}05 \cdot 10} s \text{ ή } \Delta t = 2s.$$

12. Α. Από τη σχέση $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ για κάθε μια περίπτωση έχουμε:

$$p_{ολ} = p_1 + p_2 = m_1 υ_1 + m_2 υ_2 \quad ή \quad p_{ολ} = (2 \cdot 10 + 4 \cdot 6)kg\frac{m}{s} \quad ή$$

$$p_{ολ} = 44kg\frac{m}{s} \quad και$$

$$p_{ολ} = p_1 - p_2 = m_1 υ_1 - m_2 υ_2 = (2 \cdot 10 - 4 \cdot 6)kg\frac{m}{s}$$

ή $p_{ολ} = -4kg\frac{m}{s}$, με κατεύθυνση αυτή της ταχύτητας $υ_2$ την οποία θεωρήσαμε ως αρνητική.

Β. Για την πλαστική κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Έτσι: $m_1 υ_1 - m_2 υ_2 = (m_1 + m_2)V$ ή $V = \dfrac{m_1 υ_1 - m_2 υ_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{-4}{6} m/s$ ή

$V = -\dfrac{2}{3} m/s$. Δηλαδή το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ταχύτητα $\dfrac{2}{3} m/s$, ίδιας κατεύθυνσης με αυτή της ταχύτητας $υ_2$.

13. Προφανώς θεωρούμε το κιβώτιο ακίνητο για το μικρό χρονικό διάστημα που διέρχεται το βλήμα. Έτσι:

Α. $m_1 υ_1 + 0 = m_1 υ_1' + m_2 υ_2'$ ή

$$υ_2' = \frac{m_1(υ_1 - υ_1')}{m_2} \quad ή \quad υ'_2 = \frac{0,1(400 - 100)}{2} m/s \quad ή \quad υ_2' = 15m/s.$$

Β. Η ζητούμενη μέση δύναμη F είναι:

$$F = \frac{Δp}{Δt} = \frac{m_2 υ_2 - 0}{Δt} = \frac{2 \cdot 15}{0,1} N \quad ή \quad F = 300N.$$

14. Από την αρχή διατήρησης της ορμής αμέσως πριν και μετά τη διάσπαση έχουμε:

$$Mυ = m_1 υ_1 + m_2 υ_2 \quad ή \quad Mυ = m_1 υ_1 + (M - m_1)υ_2 \quad ή$$

$$υ_2 = \frac{Mυ - m_1 υ_1}{M - m_1} = \frac{1.000 \cdot 500 - 800 \cdot 1.000}{200} m/s \quad ή \quad υ_2 = -1.500m/s.$$

Δηλαδή το κομμάτι m_2 αποκτά ταχύτητα 1.500m/s αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή της ταχύτητας υ του πυραύλου την οποία θεωρήσαμε ως θετική.

15. Α. Αν θεωρήσουμε ότι στη μάζα $M = 1.200kg$ του πρώτου αυτοκινήτου συμπεριλαμβάνεται και η σχετικά μικρή μάζα του μαθητή, μπορούμε να βρούμε την ορμή p_2 του δεύτερου αυτοκινήτου με την αρχή διατήρησης της ορμής. Πράγματι αφού η ορμή διατηρείται και η τελική ορμή του συσσωματώματος των δύο αυτοκινήτων είναι μηδέν, έχουμε:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{ολ} \;\; ή$$

$$p_1 - p_2 = 0 \;\; ή \;\; p_2 = p_1 \;\; ή \;\; p_2 = M\upsilon = 1.200\frac{72.000}{3.600}kg\frac{m}{s} \;\; ή$$

$$p_2 = 24.000kg\frac{m}{s}.$$

Β. Ο μαθητής έχει αρχικά την ταχύτητα του πρώτου αυτοκινήτου, δηλαδή $\upsilon = 20m/s$. Έτσι από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η δύναμη F που του ασκεί η ζώνη για να τον ακινητοποιήσει τελικά είναι:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{τελ} - p_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{0 - m\upsilon}{\Delta t} \;\; ή \;\; F = \frac{0 - 60 \cdot 20}{0{,}12}N \;\; ή \;\; F = -10.000N.$$

Μπορείτε να διαπιστώσετε, ότι η δύναμη αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη από το βάρος $B = m\,g = 60 \cdot 10N$ ή $B = 600N$.

16. Α. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{ολ} \;\; ή \;\; m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)V \;\; ή$$

$$\upsilon_1 = \frac{(m_1 + m_2)V}{m_1} = \frac{(2.000 + 1.000)\,4}{2.000}m/s \;\; ή \;\; \upsilon_1 = 6m/s.$$

Β. Για τη μεταβολή Δp του δεύτερου οχήματος έχουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \;\; ή \;\; \Delta p = m_2V - 0 \;\; ή$$

$$\Delta p = 1.000 \cdot 4kg\frac{m}{s} \;\; ή \;\; \Delta p = 4.000kg\frac{m}{s}.$$

Γ. Για το πρώτο όχημα βρίσκουμε:

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \;\; ή \;\; \Delta p = m_1V - m_1\upsilon_1 = m_1(V - \upsilon_1) \;\; ή$$

$$\Delta p = 2.000\,(4 - 6)kg\frac{m}{s} \;\; ή \;\; \Delta p = -4.000kg\frac{m}{s}.$$

Δηλαδή όπως αναμέναμε, η ελάττωση της ορμής του πρώτου οχήματος είναι ίση ακριβώς με την αύξηση της ορμής του δεύτερου.

17. Α. Η ταχύτητα V του συσσωματώματος είναι:

$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V$ ή

$$V = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \text{ ή } V = \frac{0{,}4 \cdot 20 - 0{,}6 \cdot 5}{0{,}4 + 0{,}4}\, m/s \text{ ή } V = 5m/s,$$

δηλαδή ίδιας κατεύθυνσης με την κατεύθυνση του πρώτου σώματος την οποία θεωρήσαμε ως θετική.

Β. Στην πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια δε διατηρείται και συγκεκριμένα μειώνεται. Έτσι έχουμε:

$\Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \text{ ή}$$

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}0{,}4 \cdot 20^2 + \frac{1}{2}0{,}6 \cdot 5^2 - \frac{1}{2}(0{,}4 + 0{,}6)\,5^2\right)J \text{ ή } \Delta K = 75J.$$

Γ. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε για το ζητούμενο διάστημα:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - Ts = 0 \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \mu(m_1 + m_2)\,g\,s = 0 \text{ ή}$$

$$S = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\mu(m_1 + m_2)\,g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5^2}{0{,}2 \cdot 10}\,m \text{ ή } S = 6{,}25m$$

Κεφάλαιο 2.2

1. Η αντίσταση του αέρα λόγω της σταθερής ταχύτητας ανά σταθερή δύναμη και κατά συνέπεια το έργο της είναι:

$W = Ax = 4\upsilon\, x$ ή $W = 4 \cdot 30 \cdot 50J$ ή $W = 6000J$

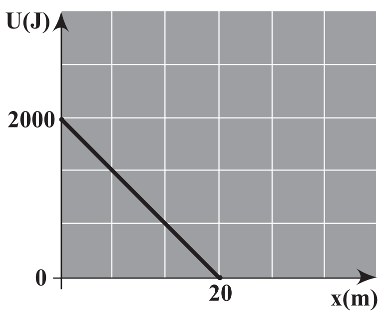
2. Α. Η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι:

$U = m\, g\, h = 10 \cdot 10 \cdot 20J$ ή $U = 2.000J$.

Β. Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$U = m\, g\, x$

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι το παρακάτω:



3. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = T \cdot x \text{ ή}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{T} \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000\,15^2}{7500}\,m \text{ ή } x = 15m$$

4. Το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Έτσι βρίσκουμε:

$$0 + W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{2gh} \text{ και με αντικατάσταση } \upsilon = 20m/s$$

Στο ύψος h το σώμα είχε μόνο δυναμική ενέργεια η οποία μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα.

5. Επειδή ο γερανός ανεβάζει το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να ασκεί δύναμη

$F = B$ ή $F = mg$ (α)

Επίσης για τη σταθερή ταχύτητα ανόδου έχουμε:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{h}{t} \qquad (\beta)$$

Έτσι η ζητούμενη ισχύς είναι $P = F\upsilon$ που με τη βοήθεια των (α) και (β) γίνεται:

$$P = mg\frac{h}{t} = 2000 \cdot 10\frac{60}{120}\,W \text{ ή } P = 10.000W$$

6. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$0 + W_B - W_T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh - T(A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$mg(A\Gamma)\eta\mu 30 - \mu mg \cdot (A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$2g(A\Gamma)\eta\mu 30 - 2\mu g(A\Gamma) = \upsilon^2$ και με αντικατάσταση: $\upsilon = 6m/s$.

7. Α. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι $T = F$ και κατά συνέπεια:

$W_T = W_F = F \cdot x = 40 \cdot 5J$ ή $W_T = 200J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός αφού η εμφανιζόμενη θερμότητα εκφράζεται από το έργο της τριβής είναι:

$$\frac{W_T}{t} \text{ που επειδή } t = \frac{x}{\upsilon} \text{ γίνεται:}$$

$$\frac{W_T}{t} = \frac{W_T \cdot \upsilon}{x} = \frac{200 \cdot 4}{5}\,J/s \text{ ή } W_T = 160J/s$$

8. Η διατήρηση της ενέργειας για την αρχική και την τελική θέση της μπάλας μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την εμφανιζόμενη θερμότητα Q ως εξής:

$mgh_1 + 0 = mgh_2 + 0 + Q$ ή

$Q = mg(h_1 - h_2) = 2 \cdot 10\,(20 - 18)J$ ή $Q = 40J$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{mgh_1} \cdot 100 = \frac{40}{400} \cdot 100 = 10\%$$

9. Η οριζόντια δύναμη F που ασκεί ο μαθητής είναι ίση με την τριβή T, ώστε το κιβώτιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Δηλαδή: $F = T = \mu mg = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 10N$ ή
$F = 500N$

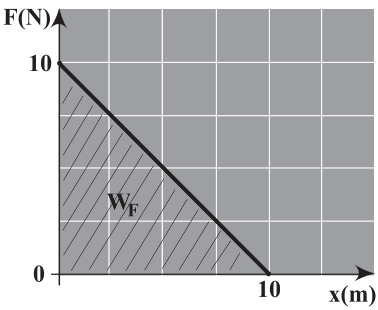
Η προσφερόμενη ενέργεια είναι ίση με το έργο της δύναμης F. Έτσι βρίσκουμε:
Προσφερόμενη ενέργεια = WF = $F \cdot x = 500 \cdot 10J = 5.000J$.

10. Α. Το έργο του βάρους το οποίο είναι δύναμη συντηρητική εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση της αρχικής και της τελικής θέσης και όχι από τη διαδρομή.
Έτσι βρίσκουμε:
$W_B = Bh = mgh = 80 \cdot 10 \cdot 300 \cdot 0{,}2J$ ή
$W_B = 48000J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\frac{W_B}{t} = \frac{48000}{10 \cdot 60} J/s \text{ ή } \frac{W_B}{t} = 80J/s$$

11. Α. Επειδή η δύναμη είναι σταθερή έχουμε:
$W_F = F \cdot x = 4 \cdot 10J$ ή $W_F = 40J$.



Β. Στην περίπτωση αυτή το έργο της δύναμης υπολογίζεται γραφικά από το διάγραμμα F-x.

Έτσι $W_F = \frac{1}{2} 10 \cdot 10J$ ή $W_F = 50J$

12. Α. Το έργο της F είναι ίσο με το έργο της παράλληλης προς την κίνηση συνιστώσα της F_x.

Δηλαδή: $W_F = W_{Fx} = F \cdot συν60 \cdot x = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10J$ ή $W_F = 250J$

Β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$\upsilon = 5m/s$.

13. Α. Από την εξίσωση της κινηματικής $h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ βρίσκουμε για την αρχική ταχύτητα υ_0 της πέτρας:

$\upsilon_0 = \sqrt{2gh_{max}}$ ή $\upsilon_0 \sqrt{800} m/s$.

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgx \text{ ή } \frac{1}{4}m\upsilon_0^2 = mgx$$

$$\text{ή } x = \frac{\frac{1}{4}800}{10} m \text{ ή } x = 20m$$

Β. Στο ζητούμενο ύψος x΄ το σώμα έχει ταχύτητα υ, ώστε

$$m\upsilon = \frac{1}{2}m\upsilon_0 \text{ ή } \upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{800} m/s.$$

Έτσι από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgx' \text{ ή }$$

$$x' = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{29} = \frac{800 - 200}{20} m \text{ ή } x' = 30m$$

14. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή }$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{m\upsilon_0^2 - 2F_x}{m}}$$ και με αντικατάσταση υ=8m/s.

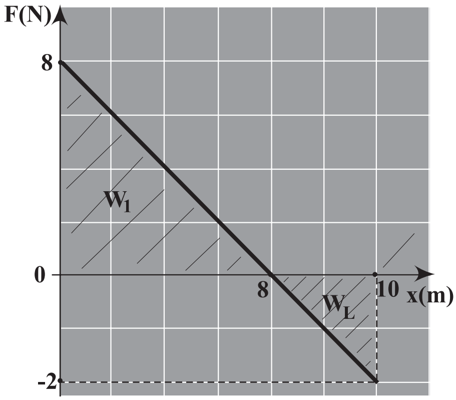
Β. Για τη ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F \cdot x = 0 \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{F} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2}{10} m \text{ ή } x=20m$$

15. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται γραφικά:



F	X
8	0
0	8
-2	10

$$W_F = W_1 - W_2 = \left(\frac{1}{2}8 \cdot 8 - \frac{1}{2}2 \cdot 2\right)J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Έτσι από τη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$m = \frac{2W_F}{\upsilon^2} = \frac{2 \cdot 30}{4}kg \text{ ή } m = 15kg$$

16. Το σώμα επιταχύνεται πρός τα επάνω με την επίδραση των δυνάμεων Fσυνθ, T και mgημθ. Για την τριβή T βρίσκουμε:

$T = \mu F_\kappa$ ή

$T = \mu\,(F\eta\mu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta) = 0{,}4\,(100 \cdot 0{,}6 + 5 \cdot 10 \cdot 0{,}8)N$ ή

$T = 40N$

Έτσι από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + F\sigma\upsilon\nu\theta \cdot x - T \cdot x - mg\eta\mu\theta x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2F\sigma\upsilon\nu\theta \cdot x - 2T \cdot x - 2mg\eta\mu\theta \cdot x}{m}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε: $\upsilon = \sqrt{20}m/s$

17. A. Η μπάλα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους, οπότε:

$$0 + mgH = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2gH} \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

B. Έχουμε ότι:

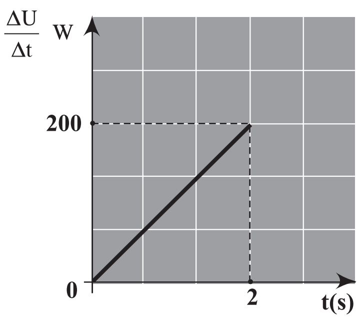
$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{W_B}{\Delta t} = P_B = B \cdot \upsilon = mg\upsilon.$$

Αλλά η μπάλα κάνει ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon = gt$.
Έτσι καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = mg \cdot gt = mg^2 t \text{ ή } \frac{\Delta U}{\Delta t} = 100t \qquad (\alpha)$$

Από τη σχέση $H = \frac{1}{2} g t^2$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος κίνησης της μπάλας είναι: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ή $t = 2s$.

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα (σχέση α) είναι:



18. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το αντίστοιχο εμβαδό. Έτσι:

$$W_F = \frac{4+2}{2} \cdot 10J \text{ ή } W_F = 30J.$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{30} m/s$$

19. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ έχουμε:

$$\frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 - \mu mgx = 0 \text{ ή}$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2\mu gx} \text{ και με αντικατάσταση } \upsilon_\Gamma = \sqrt{60} m/s.$$

Β. Αρκεί να φέρουμε το σώμα στο σημείο Α με μηδενική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η απαιτούμενη ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο σημείο Α και το έργο της τριβής W_T από το Δ έως το Γ. Δηλαδή:

$W_{απαιτ} = U_A + W_T$.

Αλλά $U_A = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$ όπως και $W_T = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$.

Έτσι: $W_{απαιτ} = 2\frac{1}{2}mυ_Γ^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 60J$ ή

$W_{απαιτ} = 120J$

20. Α. Για τη ζητούμενη κινητική ενέργεια έχουμε:

$$K = \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{32 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 J \text{ ή}$$

$K = 2{,}57 \cdot 10^{10}J$

Β. Η ωφέλιμη ισχύς είναι το 50% της αποδιδόμενης, δηλαδή:

$P = 22 \cdot 10^3 HP = 22 \cdot 745{,}7 \cdot 10^3 W$ ή

$P = 16405 \cdot 10^3 W$.

Όμως η ωφέλιμη ενέργεια που αποδίδουν οι μηχανές μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του κρουαζερόπλοιου. Έτσι:

$$P = \frac{K}{t} \text{ ή } t = \frac{K}{P} = \frac{2{,}57 \cdot 10^{10}}{16405 \cdot 10^3} s \text{ ή}$$

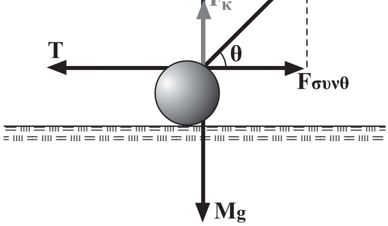
$t = 1{,}57 \cdot 10^3 s$ ή $t = 26min$

21. Α. Το σώμα θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο όταν η κατακόρυφη συνιστώσα της F γίνει ίση με το βάρος του, οπότε $F_κ = 0$.

Δηλαδή όταν:

$F_{ημθ} = mg$ ή $(10 + 5x)0{,}8 = 20$, από την οποία βρίσκουμε $x = 3m$.

Β. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή των 3m και έχουμε:



$$0 + W_{Fσυνθ} - W_T = \frac{1}{2}mυ^2 \quad (α)$$

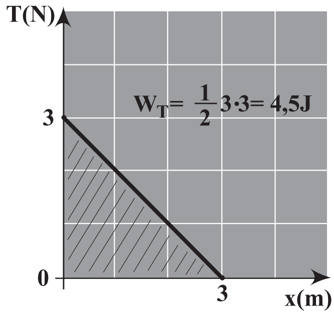
Για την τριβή Τ έχουμε:

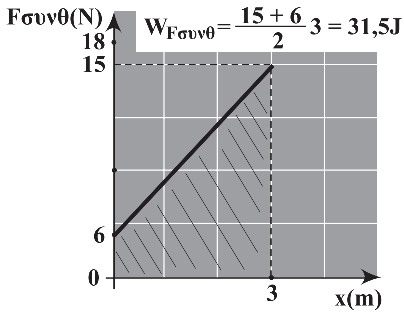
$T = μF_κ = μ(mg - Fημθ)$ ή

$T = 0{,}25[20 - (10 + 5x)0{,}8]$ ή

$T = 3 - x$

Επίσης $F\sigma\upsilon\nu\theta = (10 + 5x)0{,}6$ ή $F\sigma\upsilon\nu\theta = 6 + 3x$.
Από τα αντίστοιχα διαγράμματα βρίσκουμε το έργο της Τ και της Fσυνθ.

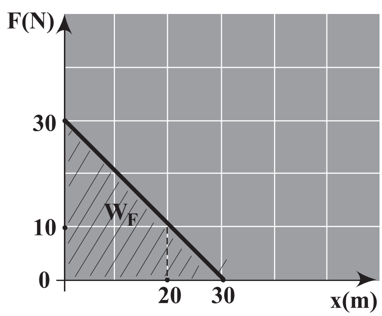




Αντικαθιστούμε στην (α) και βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_{F\sigma\upsilon\nu\theta} - 2W_T}{m}} \text{ ή } \upsilon = 3\sqrt{3}m/s$$

22. Α. Το ζητούμενο έργο υπολογίζεται γραφικά:



$$W_F = \frac{1}{2}\cdot 30\cdot 30J \text{ ή } W_F = 450J$$

Β. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα, όταν:
$\Sigma F = 0$ ή $mg = 30 - x$ ή $x = 20m$.
Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή x έχουμε:

$$0 + W_F - mgx = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\frac{30+10}{2}20 - 10\cdot 20 = \frac{1}{2}1\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

Γ. Μέγιστη ανύψωση xμ έχουμε όταν η ταχύτητα γίνει μηδέν.
$0 + W_F - mgx_\mu = 0$ ή

$$x_\mu = \frac{W_F}{mg} = \frac{\frac{1}{2}30 \cdot 30}{1 \cdot 10} m \text{ ή } x_\mu = 45m$$

Δ. Το σώμα επιστρέφει εκτελώντας ελεύθερη πτώση από ύψος x_μ. Έτσι:

$$0 + mgx_\mu = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 \text{ ή } \upsilon' = \sqrt{2gx_\mu} \text{ ή}$$

$$\upsilon' = 30m/s.$$

Κεφάλαιο 2.3

1. Από τη γνωστή σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε:
$\Delta U = Q - W = (80 - 30)J$ ή $\Delta U = 50J$.

2. Έχουμε $Q = \Delta U + W$ οπότε:
$Q = (30 + 50)J$ ή $Q = 80J$.

3. Στη σχέση $Q = \Delta U + W$ έχουμε $\Delta U = 0$.
Έτσι: $Q = 0 + W$ ή $Q = 50J$.

4. Από τη σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε πως το παραγόμενο από το αέριο έργο είναι:
$W = Q - \Delta U = (400 - 250)J$ ή $W = 150J$.

Αλλά $W = F\,\Delta x$ ή $\Delta x = \dfrac{W}{F} = \dfrac{150}{1.500}\,m$ ή $\Delta x = 0,1m$.

5. Το σώμα αρχικά έχει δυναμική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται κατά την πτώση του, σε κινητική και τελικά σε εσωτερική ενέργεια του σώματος.
Δηλαδή: $\Delta U = mgh = 0,8\cdot 10\cdot 3J$ ή $\Delta U = 24J$.

6. Καθημερινά το ποσοστό των θερμίδων είναι ελαττωμένο κατά 350kcal. Για να διατηρείται η ίδια δραστηριότητα, οι θερμίδες αυτές αναπληρώνονται από την καύση του λίπους του οργανισμού. Συγκεκριμένα για κάθε ημέρα πρέπει ο οργανισμός να μειώνει το λίπος κατά $\dfrac{350}{9,5}$ gr. Έτσι προκειμένου να καούν 2kg, δηλαδή 2.000gr

απαιτούνται $\dfrac{2.000}{\dfrac{350}{9,5}}$ ημέρες ή $\dfrac{2.000 \cdot 9,5}{350} = 54,28$ ημέρες.

7. Α. Για την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου που η ταχύτητα του είναι

$$\upsilon = \frac{108 \cdot 10^3}{3.600}\,m/s = 30m/s,$$ βρίσκουμε:

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 30^2\,J \text{ ή } K = 4,5\cdot 10^5 J.$$

Β. Για να διατηρείται η ταχύτητα σταθερή, απαιτείται ενέργεια ίση με αυτή που γίνεται θερμότητα, μέσω του έργου της δύναμης F η οποία αντιστέκεται στην κίνηση.
Δηλαδή $E = W_F = F\,x = 450 \cdot 1.000J$ ή $E = 4{,}5 \cdot 10^5 J$.

Γ. Από την καύση ενός λίτρου βενζίνης προκύπτει ενέργεια $3 \cdot 10^7 J$ από την οποία ωφέλιμη είναι το 30%, δηλαδή $0{,}9 \cdot 10^7 J$. Τόση ακριβώς ενέργεια γίνεται θερμότητα μέσω του έργου της F, αφού η ταχύτητα εξακολουθεί να παραμένει σταθερή.

Δηλαδή $E_{ωφ} = F\,x'$ ή $x' = \dfrac{E_{ωφ}}{F} = \dfrac{0{,}9 \cdot 10^7}{450}\,m$ ή $x' = 2 \cdot 10^4 m$.